Sciences expérimentales **Mai 2011**

Bac blanc

Lycées : Ouadanine
Sahline
Ben Hassen

Mathématiques

Durée : 3 heures
Coefficient : 3

Exercice 1 :(4pts)

Chaque question ci-dessous comporte trois réponses possibles. Pour chacune de ces questions, une seule des réponses proposées est exacte. On demande de choisir cette réponse

1/ Soit P un plan dont une équation cartésienne est : $2x - z + 2 = 0$. Un vecteur normal de P est

a) $\vec{U}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ b) $\vec{V}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ c) $\vec{w}\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

2/ Soit S une sphère d'équation cartésienne est : $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ et P le plan d'équation : $x + 1 = 0$

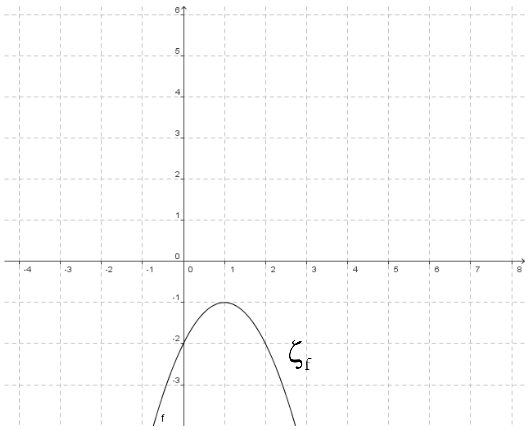
a) $S \cap P = \varnothing$ b) $S \cap P$ est un point c) $S \cap P$ est un cercle

3/

Ci-contre, la courbe d'une fonction définie sur ℝ

Par une lecteur graphique on a $\int_0^2 f(x)\,dx$ est égale :

a) 0 b) $-\frac{8}{3}$ c) $\frac{8}{3}$



4/ Soit U la suite définie sur ℕ par $U_n = \ln(\frac{e.n+1}{n+1})$ on alors :

a) $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 0$ b) $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = 1$ c) $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = +\infty$

<u>Exercice N°2 : (5pts)</u>

On considère une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.

A) La courbe (C) ci-dessous est celle de la fonction f dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

* La courbe (C) de f admet au voisinage de $-\infty$ une branche parabolique de direction celle de $\left(O,\vec{j}\right)$
* La tangente à la courbe (C) au point $A\left(1,\dfrac{2}{e}\right)$ est parallèle à $\left(O,\vec{i}\right)$.
* La droite $\left(O,\vec{i}\right)$ est une asymptote à (C) au voisinage de $+\infty$.

En utilisant le graphe :

1/ Déterminer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.

2/ Préciser le sens de variation de f.

3/ Déterminer f(1) et f ’(1).

4/ Que représente le point A pour (C).

B) La courbe (C) est en fait celle de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(x^2+1)e^{-x}$.

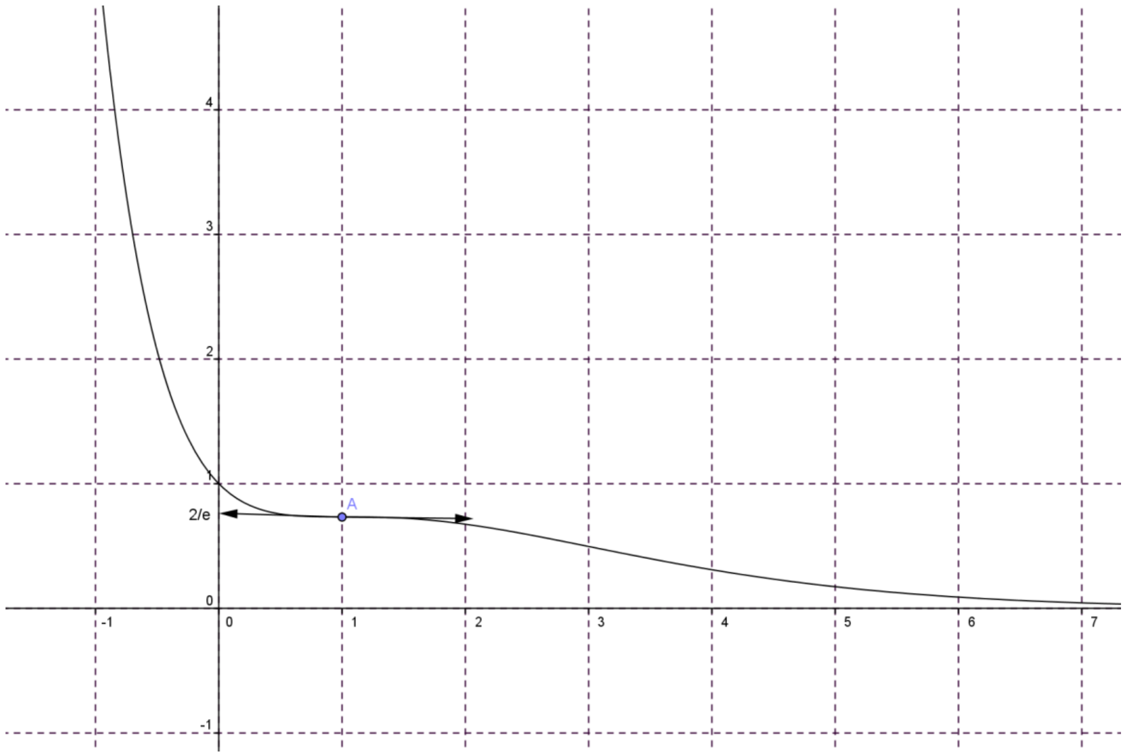
Pour tout entier naturel non nul n, on désigne par A_n l’aire de la partie du plan limitée par la courbe (C) , l’axe des abscisses et les droites d’équation respective x = 0 et x = n.

1/ A l’aide d’une intégration par parties calculer l’intégrale $I_n=\int_0^n xe^{-x}dx$.

2/ Vérifier que pour tout x de $\mathbb{R}$ on a : $f'(x)+f(x)=2xe^{-x}$.

3/ a) En déduire que $A_n=2I_n-f(n)+1$.

b) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} A_n$.



Exercice 3 : (5pts)

Partie I.

Soit g la fonction définie pour tout nombre réel x de l'intervalle :]0 ; +∞[par : $g(x) = x - x\ln(x)$

1/ Montrer que g est dérivable sur l'intervalle]0 ; +∞[et que : $g'(x) = -\ln(x)$

2/ Dresser le tableau de variation de la fonction g.

Partie II.

On donne les suites U et V définies sur $\mathbb{N}^*$ par $U_n = \frac{e^n}{n^n}$ et $V_n = \ln(u_n)$.

1/ a) Montrer que $v_n = n - n\ln(n)$.

b) En utilisant la partie (I) , déterminer le sens de variation de la suite (v_n)

c) En déduire le sens de variation de la suite (u_n).

2/ Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n$ puis déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

Exercice 4 : (6pts)

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points $A(1,0,-1)$, $B(1,3,5)$, $C(-7,2,2)$ et $H(-1,4,3)$

1/a) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{HB} \wedge \overrightarrow{HC}$

b) En déduire qu'une équation cartésienne du plan (HBC) est $x - 2y - 2z + 15 = 0$

c) Montrer que H est le projeté orthogonal de A sur le plan (HBC)

2/ On considère l'ensemble S des points M(x,y,z) de l'espace tels que $x^2 + y^2 + z^2 - 4y - 2z + 1 = 0$

a) Montrer que S est une sphère et préciser son centre I et son rayon R
b) Vérifier que I est le milieu du segment [AH]
c) Déterminer la position relative de la sphère S et du plan (HBC)

3/ Soit $J(0,0,1)$

a) Vérifier que J appartient à S
b) Calculer la distance du point I à la droite (AJ)
c) En déduire que la droite (AJ) est tangent à S
d) Donner une représentation paramétrique de la droite (AJ) et déterminer les coordonnées du point d'intersection K de (AJ) et du plan (HBC)